ULUSLARARASI EĞİTİM BİLİMLERİ DERGİSİ

ISSN: 2149-0848

THE JOURNAL OF INTERNATIONAL EDUCATION SCIENCE

ÜÇ BOYUTLU ÖKLİD UZAYINDA DOĞRU
KONUSUNA DAİR KAVRAM İMAJLARININ
İNCELENMESİ

AN INVESTIGATION OF THE CONCEPT
IMAGES ON THE LINE IN THREE
DIMENSIONAL EUCLIDEAN SPACES

Bil. Uzm. Yusuf CAN

Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü

fbyusufcan1996@gmail.com ORCID

Prof. Dr. Süha YILMAZ

Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi

suha.yilmaz@deu.edu.tr ORCID

Geliş/Submitted: 18.10.2020

Kabul/Accepted: 27.02.2021

Yayın/Published: 30.03.2021

10.29228/INESJOURNAL.46981

Makale Türü:

Araştırma Makalesi

Article Information:

Research Article

Atıf / Citation

Can, Y. ve Yılmaz, S. (2021). Üç boyutlu Öklid uzayında doğru konusuna dair kavram imajlarının incelenmesi. *The Journal of International Education Science*, 26 (8), 81-99.

Can, Y. and Yılmaz, S. (2021). An investigation of the concept images on the line in three dimensional Euclidean spaces. *The Journal of International Education Science*, 26 (8), 81-99.

Bu makale İntihal.net tarafından taranmıştır.

This article was checked by İntihal.net.

intihal.net

ULUSLARARASI EĞİTİM BİLİMLERİ DERGİSİ

ISSN: 2149-0848

THE JOURNAL OF INTERNATIONAL EDUCATION SCIENCE

**ÜÇ BOYUTLU ÖKLİD UZAYINDA DOĞRU KONUSUNA DAİR KAVRAM
İMAJLARININ İNCELENMESİ***

**AN INVESTIGATION OF THE CONCEPT IMAGES ON THE LINE IN THREE
DIMENSIONAL EUCLIDEAN SPACES**

Bil. Uzm. Yusuf CAN

Prof. Dr. Süha YILMAZ

Öz: Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu Öklid uzayında doğru kavramına yönelik kavram imajlarını tespit etmektir. Çalışma 2019-2020 eğitim-öğretim yılında İzmir ilinin bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında üçüncü sınıfa kayıtlı 80 lisans öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın deseni, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması modeli olarak belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının doğru kavramına yönelik kavram imajlarının tespiti için araştırmacının geliştirdiği 3 adet açık uçlu soru uygulanmıştır. Maksimum çeşitlilik örnekleme ile 12 öğrenci seçilmiştir. Seçilen öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış klinik görüşmelerden elde edilen bulgular içerik analiziyle derinlemesine incelenmiştir. Öğretmen adaylarının doğru kavramına yönelik kavram imajları belirlenirken Tall ve Vinner'ın (1981) kavram tanımı-kavram imajı yapısı ışığında hareket edilmiştir. Yapılan veri analizi sonucuna göre öğretmen adaylarının doğru kavramını genellikle doğrunun kapalı denklemi çerçevesinde zihinlerinde yer edindirdikleri görülmüştür. Ayrıca günlük yaşam deneyimleriyle oluşmuş kavram imajlarının daha kalıcı olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Doğru, kavram, kavram tanımı, kavram imajı, öklid uzay

*Bu makale Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi tarafından alınan 17.01.2020 tarih ve 85316909-399.99-E.6582 sayılı araştırma izni çerçevesinde hazırlanmıştır. Herhangi bir çıkar çatışması bildirilmemiştir. Bu çalışma Prof. Dr. Süha YILMAZ danışmanlığında Yusuf CAN tarafından hazırlanan yüksek lisans tezinden üretilmiştir. Sorumlu Yazar: Süha YILMAZ/ This article was prepared within the framework of a research permit issued by the Dokuz Eylül University Buca Education Faculty. No conflicts of interest were reported for this article. A part of this study was presented orally in International Artvin Symposium. Corresponding Author: Süha YILMAZ

Abstract: The aim of this research is to determine the concept images of pre-service mathematics teachers towards the concept of line in three-dimensional Euclidean space. The study was carried out with a third-year undergraduate student enrolled in the Department of Elementary Mathematics Teaching at a state university in Izmir in the 2019-2020 academic year. The layout of the study, the plan as a case study model from qualitative research methods. 3 open-ended questions developed by the researcher were applied to determine the concept images of pre-service teachers for the line concept. 12 students were selected with maximum diversity sampling. The findings obtained from the semi-structured clinical interviews with the selected students were analyzed in depth with content analysis. While determining the concept images of teacher candidates for the concept of line, it was acted in the light of the concept definition-concept image structure of Tall and Vinner (1981). According to the results of the data analysis, it was seen that the pre-service teachers had the concept of line in their minds generally within the framework of the closed equation of the line. In addition, it was concluded that the concept images formed by daily life experiences are more permanent.

Key Words: Concept, concept definition, concept image, euclidean space, line

GİRİŞ

Kavram öğretiminde pozitif nitelikler taşıyan kavram öğrenimi sağlamak amacıyla kavramlar bilişsel bir süreçten geçmektedir. Bu bilişsel süreçte doğru bir kavram öğrenimi için üç öge önem taşımaktadır: kavramın adı, kavramın tanımı ve kavrama dair oluşan imajlar. Bu öğeler eğitim-öğretimin her aşamasında ve her bilim dalında olduğu gibi matematik bilim dalında bir kavramın öğretiminde oldukça önem teşkil etmektedir. Matematik bilim dalı; nicelikler, sayılar, işlemler, geometrik şekiller vb. somut olmayan varlıkların niteliklerini ve birbirleriyle ilişkilerini mantıksal metotlar kullanarak araştırmayı sağlamaktadır (Tuncer, 1995). Matematik, bireylerin çevrelerinde oluşmuş nesnel gerçekliğin algılanması amacıyla, bunları soyut nitelikte kelime veya simgeyle biçimlendirilerek kavrama dönüştürür ve aralarındaki etkilere ışık tutar. Bu yolda kullanılmakta olan simgeler, formüller, kelimeler vb. araçlar sadece matematik lisanıdır.

Geometri, matematik alanının önemli bir dalıdır. Bireylerin fiziksel çevrelerini algılamaya ve görmeye olan ihtiyaçlarıyla doğan, öğrenilmesi gerekli hale gelen bir bilimdir. Fiziksel çevremizi ve bu çevrede oluşagelen şekil ve cisimlerin incelenmesine olanak sağlamaktadır (Dictionnaire Larousse, 1993). Geometri yalnızca şekilleri ve cisimleri değil, tüm bunların olası hareketlerine de ışık tutmaktadır. Ancak geometri dalının yalnızca şekilleri, cisimleri ve bunların hareketlerini incelememize olanak sağladığını düşünmek bir hata olacaktır. Bireyin bu incelemeleri gerçekleştirirken soyut düşünebilme becerilerini de geliştireceği düşünülmektedir. Bu yönüyle geometri, bireylerin mantık yürütme, pratik düşünme, çözüm üretme gibi birçok bilişsel kabiliyetinin gelişimini de sağlamaktadır.

Geometrinin temelini oluşturan bazı kavramların tanımları bulunmamaktadır. Örneğin çalışmada da hakkında inceleme yapmış olduğumuz doğru kavramını “İki zıt doğrultuda son-

suza uzanan noktalar kümesi" şeklinde tanımlamaktayız. Yani bir kavramı tanımlarken, mevcut başka bir kavramdan yararlanmaktayız. Nokta, doğru, düzlem, uzay gibi geometride tanımı olmayan kavramların tanımlanabilmeleri için birbirlerine ihtiyaçları vardır. Altun (2002) tanımı olan kavramların, tanımı yapılamayan veya öncesinde tanımlanmış kavramlar yardımıyla tanımlanabildiğini söyleyerek bu konuya ışık tutmaktadır. Özellikle nokta, doğru, düzlem gibi geometrinin temelini oluşturan tanımı olmayan kavramların öğrenciye eksik ve hatalı aktarımı, öğrencilerin bu kavramlarla bağlantılı olan diğer geometrik kavramları hatalı veya eksik öğrenmesine sebep olabilmektedir. Dolayısıyla bunlardan hareketle matematik ve geometride ön şart niteliği taşıyan bilgiler ve kavramların olduğunu söyleyebiliriz. Bu bilgi ve kavramlar hakkında doğru niteliklere sahip kavram imajları oluşumu, bunlarla ilişkili diğer kavram ve bilgiler hakkında doğru niteliklerde kavram imajları oluşumu sağlayacaktır.

Diğer tüm alanlarda da olduğu gibi matematik ve geometride de elde edilecek bilgiler oluşturulurken ön şart ilkesi esas alınmaktadır. Matematiksel bir bilginin öğretim amacına ulaşabilmesi için süreç esnasında yalnızca öğretmenin aktarımı yeterli olmayacaktır. Öğrencilerin deneyimleri çevresinde edinilen bilgiler daha kalıcı niteliktedir. Matematikte hedef konunun ediniminde, öğrencinin o konu hakkında bilişsel yorumlamalar yapabilmesi esas amaç olmalıdır. Pesen'e (2006) göre öğrenciler, mevcut bilgi ile hedef bilgiyi ilişkilendirmeleri ve bu ilişkiyi anlamlandırmaları yöntemiyle hedef bilgiye ulaşırlar. Örneğin "İki zıt doğrultuda sonsuza uzanan noktalar kümesi" şeklinde tanımlanan doğru kavramını, nokta kavramı hakkında hiçbir bilgisi bulunmayan bir bireyin anlamlandırması güç olacaktır.

Öğretmen adaylarının belirli kavramlara dair, tüm öğrenim hayatları boyunca inşa etmiş ve lisans eğitimlerine dek biriktirmiş oldukları kavram imajlarını tespit etmek, geçmiş öğretim yaşantılarının araştırılmasında yol gösterecektir.

Teorik Çerçeve

Kavram terimine dair literatürde birçok tanım bulunmaktadır. En genel anlamıyla TDK (1975) kavramların terimlerin esas manalarını edinmelerini sağlayan ve bu terimlerin özelliklerine göre sınıflandırma yapmamızı sağlayacak somut oluşumların bireylerin soyut fikirlerine iletilme biçimi olduğunu aktarmaktadır. Kavram denilince bireyin aklına gelen ilk olgu kavramların bir nesne, şekil, olay ve konuya ait isim ve semboller olduğudur. Kavramlar, bir konu, olay, nesne veya olgu hakkındaki düşüncelerimizin oluşumuna olanak sağlamaktadırlar. Tüm bunlardan yola çıkarak kavramların durumları, nesneleri ve benzeri şeyleri öğrenme sürecine başladığımızda ilk karşılaştığımız terim ve semboller topluluğu olduğunu söyleyebiliriz. Beydoğan (1998) kavramların adlandırma, tanımlama, anlamlandırma ve sınıflandırma gibi birçok niteliklere sahip olduğunu söylemektedir. Örneğin; dikdörtgen terimi matematiğin bir dalı olan geometride, geometrik şekiller arasından, karşılıklı kenarları birbirine eşit, dik ve paralel olan dörtgene verilen bir isimdir. Dikdörtgen terimi bu tanımı karşılayan her dörtgenin sınıflandırılmasına olanak sağlamaktadır. Dikdörtgen terimini de içine alan geometrik şekiller kavramı ise dikdörtgeni ve dikdörtgen dışında kalan diğer geometrik şekilleri kapsayan bir kavramdır ve tüm bu şekillerin adlandırılmasını sağlamaktadır. Kavram edinimi sürecinde yalnızca kavrama ait isim veya sembol yeterli olmayacaktır. İlgili kavrama ait bir tanım ve esas olarak bu süreç içerisinde kavram edinimi amacıyla geçtiğimiz bilişsel süreç oldukça önemlidir. Bu fikri

destekleyen araştırmacı Skemp (1976), tüm deneyimlerimiz ve yaşantılarımızın, kendi aralarında benzer ve farklı özellikleri esasında sınıflandırılıp bilişsel bir sürece tabi tutulmaları sonucu kavramların meydana geldiğini aktarmaktadır. Vinner (1983) ise kavramların, ilgili kavramın kısa ve net olarak belirtilmesine olanak sağlayan terimler, şekiller, sayılar ve sembollerden oluştuğunu dile getirmiştir.

Tüm bu kavramların fiziksel yaşantımızdan ayırıp bilişsel dünyamıza dâhil olmasını sağlayan iki faktörden söz edilmektedir. Bu iki faktörün tanımı ilk kez 1981 yılında Tall ve Vinner tarafından yapılmıştır ve bu tanımı yapılan faktörler kavram tanımı ve kavram imajıdır. Araştırmacılara göre bir kavramı aktarmak için kullanılan kelimeler bütünü kavram tanımını oluştururken, bu kavramın adı anıldığında veya kavram görüldüğünde insanın bilişsel yapısında kendini gösteren yaşantılar, deneyimler ve görseller zinciri ise kavram imajını oluşturmaktadır. Örneğin; dikdörtgen kavramının ismini veya şeklini gördüğümüzde bu kavramı öğretiminde öğretmenin tutumu, vermiş olduğu örnekler, yapmış olduğu etkinlikler, kavram hakkında yaşadığımız olaylar, dikdörtgen şeklindeki bir masa, defter, kitap ve daha bir sürü şey bilişsel yapımızda kendini göstermektedir. Tall ve Vinner (1981) bilişsel yapımızda kendini gösteren tüm bu olguları kavram imajı terimi ile isimlendirmiştir. Kavram imajı yapısı özellikle matematik alanında bir kavramın doğru bir şekilde edinilip edinilmediğini anlamada en etkili araçtır. Kavram imajı yapısı öğrencilerin matematiksel bir kavram veya duruma yönelik zihinsel aktivitelerinin incelenmesinde oldukça gereklidir. Kavram imajı yapısının esas amacı, ilgili kavramın bilişsel yapımızda ne şekillerde meydana geldiğini keşfetmektir.

Araştırmacı Vinner'ın (1991) kavram öğreniminin ne şekillerde gerçekleştiğini incelemek üzere yaptığı bir çalışmada, kavram öğrenme sürecinin kavram tanımı ve kavram imajı olmak üzere iki hücreden oluştuğunu aktarılmaktadır. Vinner'a (1991) göre bu hücrelerin ikisi birden boş olabileceği gibi herhangi birisi de boş olabilmekte ve deneyimler sonucunda ise kavram imajı hücrelerinin zamanla dolmaktadır. Bu iki hücrenin oluşumu esnasında bir etkileşim de olabileceği gibi, bu hücreler etkileşim olmadan birbirlerinden ayrı bir şekilde de oluşabilmektedirler. Araştırmacı özellikle ortaokul ve ortaöğretim sürecinde öğretmen öğrenci arasındaki etkileşimin tek yönlü olduğunu gözlemlediğini aktarmaktadır. Vinner'ın (1991) yapmış olduğu incelemelere ortaokul ve ortaöğretim düzeylerindeki öğretim sürecinde değinilen kavram tanımları ışığında kavram imajı oluşumu gerçekleşmektedir. Yani öğretim sürecinde bir kavramın ediniminde temelin kavram tanımından oluştuğu gözlemlenmiştir. Ancak araştırmacı, kavram tanımından ziyade kavram imajı ışığında edinilen kavram öğreniminin hedef öğrenme yöntemi olması gerektiğini savunmaktadır. Günümüzde edindiğimiz kavramlardan da bu sonuca varmamız zor olmayacaktır. Sınava hazırlanan bir öğrenciyi ele alalım. Bu öğrenci sınavda sorulacak bir kavramın sadece tanımını öğrenip sınava girdiği takdirde bilişsel yapısında bilecek olan tek şey kavramın tanımına dair sözcükler dizisi olacaktır ve ilgili kavramın öğrenimi ezberden öteye gidemeyecektir. Aynı öğrenci bu kavramın tanımını ikinci planda bırakarak kavrama dair birçok etkinlik ve örnekler ışığında sınava hazırlandığı takdirde ise bilişsel yapısında ilgili kavrama dair birçok görsel, yaşantı ve deneyim kendini gösterecektir. Bu şekilde yaşantı ve deneyimler yoluyla kavram imajı oluşturarak bir kavramı öğrenen birey, kavramın tanımını ezberlemediği gibi deneyimlerinden yola çıkarak kendi özgün kavram tanımını da yapabilecektir. Tüm bunlardan yola çıkarak kavram öğrenimi süreci kavram imajı oluşturmak

esasinda gerçeleştirildiğinde, bireyin muhakeme, yorumlama ve analiz etme gibi birçok bilişsel becerisine de katkı sağlayacağı sonucuna varabilmekteyiz.

Genellikle öğretim süreci formal bir süreç olduğu için kavram öğreniminde öğrenciler öncelikli olarak kavram tanımından faydalanmaktadır. Sezgisel bir öğretim sürecindeyken ise öğrenciler kavram öğreniminde kavram imajını esas almaktadırlar. Kavram imajı çalışmalarında incelemeye tabi tutulan imajlar, bilişsel yapımızda kendini gösterecek tüm kavram imajları değil, yalnızca kendini göstermiş olan kavram imajlarıdır. Bir kavrama yönelik öğrencilerin bilişsel yapılarında her seferinde aynı kavram imajlarının kendini gösterme zorunluluğu bulunmamaktadır.

Alanyazında matematik ve geometri dallarında kavram imajı ve kavram tanımı esasında birçok araştırma mevcuttur. Limit ve süreklilik (Tall and Vinner, 1981; Przenioslo, 2002), fonksiyonlar (Wilson, 1993; Meehan, 2002), Prizma, koni, silindir, pramit, küre (Avgören, 2011), trigonometrik fonksiyonların periyotları (Öner, 2013), parabol (Shriki and David, 2001), nokta, doğru, düzlem ve açı (Kılıç, Temel and Şenol, 2015), açı, çember, geometrik yer ve metrik (Gülkılık, 2008), lineer cebirde alt uzay (Wawro, Sweeney ve Rabin, 2011), silindir ve koni (Karakuş, 2018), problemler (Vinner, 1991), türev (Bingolbali and Monaghan, 2007; Hartter, 1996), kuadratik fonksiyonlar (Eraslan, 2005), periyot (Öner and Ertekin, 2015; Shama, 1998; Van Dormolen and Zaslavsky, 2003), denklem (Attorps, 2006), belirli integral (Delice and Sevimli, 2011; Rösken and Rolka, 2007), belirsiz integral (Sevimli and Delice, 2012) ve matematiksel tanımlar (Soğancı, 2006) bunlardan bazılarıdır.

Matematikte ve geometri alanlarında ön şart niteliğinde birçok kavram bulunmaktadır. Örneğin öğrencilerin nokta kavramını bilmeden doğru kavramını anlaması çok güçtür. Araştırmamızda incelemiş olduğumuz doğru kavramı da ön şart niteliğindeki kavramlardan birisidir. Doğru kavramıyla ilköğretimden lisans eğitime dek matematik ve geometride sürekli karşılaşmaktayız. Ön şart niteliğindeki bu temel kavramın hatalı veya eksik öğrenimi halinde bu kavramla ilgisi olan diğer kavramların da hatalı veya eksik olması olağandır. Sulak ve Cihangir (2000) bu düşüncüyü desteklemektedir. Araştırmacılara göre bu ön şart niteliğindeki kavramların edinilmemesi halinde yeni konunun öğreniminin gerçekleşmeyeceğini, hedef konumdaki konunun öğrenimi için öncesinde ön şart niteliğindeki kavramların edinilmesi gerekmektedir. Bir kavramın hatalı ve eksik öğrenilmesi halinde bu durum o kavrama ait yanlış imaj gelişimine sebep olacaktır. Dolayısıyla kavram öğrenimi sürecinde pozitif nitelikli kavram imajlarının oluşumuna ihtiyaç vardır. Bu amaç ışığında birey, kendisine öğretilmesi amaçlanan ana kavrama ait alt kavramların ediniminde de pozitif nitelikli kavram imajları geliştirmiş olmalıdır.

Bu araştırmada, uzun yıllar matematik öğretimi sürecinden geçmiş lisans öğrencilerinin, geometri alanında ön şart niteliği taşıyan doğru kavramına yönelik kavram imajlarının tespit edilmesi amaçlanmıştır. Daha önce kavram imajı çerçevesinde incelenmemiş olan doğru kavramına dair geçmiş öğrenim yaşantılarının araştırılmasının, bilişsel bir çalışma sürecindeyken kavram tanımı ve kavram imajı hücrelerinden ne şekilde yararlandıklarının saptanması açısından literatüre katkı sağlayacağına inanılmaktadır.

Bu bağlamda araştırmada “Analitik Geometri -I- dersine giren ilköğretim matematik

öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında doğru konusuna dair kavram imajlarına ilişkin durumları nelerdir?" sorusuna cevap aranmıştır.

YÖNTEM

Araştırma Deseni

Araştırmanın deseni nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak belirlenmiştir. Creswell'e (2007) göre durum çalışmaları araştırmacının belli bir süreç içerisinde bir ya da daha çok durumu birden çok veri toplama aracı yardımıyla detaylı olarak irdelediği ve durumun tanımının yapıldığı nitel araştırma yöntemidir (Aktaran: Subaşı and Okumuş, 2017). Durum çalışmalarında amaç bir hipotezi kanıtlamak değildir. Burada amaç yeni görüşler keşfetmek ve bu ışıkta yeni sınıflandırmalar ortaya koymaktır (Hancock and Algozzine, 2006). Aynı zamanda durum çalışma türleri üzerine birçok araştırma yapılmıştır (Stake, 2005; Merriam, 1998; Bassey, 1999; Yin, 1984).

Katılımcılar

Araştırmanın evrenini, 2019-2020 eğitim-öğretim sürecinde bir devlet üniversitesinde İlköğretim Matematik Öğretmenliği programının üçüncü sınıfına kayıtlı olup Analitik Geometri-I-dersini alan 80 lisans öğrencisi oluşturmaktadır. Bu 80 lisans öğrencisini seçerken seçkisiz olmayan örnekleme yöntemi esas alınmıştır. Daha sonra ise maksimum çeşitlilik örnekleme ile 12 asil, 6 yedek, toplamda 18 öğrenci seçilmiştir. 12 asil öğrenci kendi aralarında düzeye göre yüksek, orta ve düşük düzey olmak üzere 3 gruba ayrılmıştır. Bu ayırma işlemi rubrik kullanılarak puanlama sonucu oluşturulmuştur. Her düzey 2 kız, 2 erkek, toplam 4 öğrenci olacak şekilde belirlenmiştir. Her grup klinik görüşme katılımcılarını oluşturmaktadır. Burada amaç, araştırılan durum ışığında incelenen birey çeşitliliğinin maksimum seviyede olmasını sağlamaktır.

Veri Toplama Araçları ve Süreci

Yapılan uygulamalardan önce araştırmacı ilgili alanda araştırma yapıp sonrasında kullanılacak veri toplama araçları seçilmiştir. Araştırma adına toplanması gereken veriler, Uzman görüşleri rehberliğinde ilgili literatür irdelenerek araştırmacı tarafından oluşturulan 3 adet açık uçlu soru ve öğrencilerle yapılan görüşmeye dair görüşme formu olacak şekilde iki veri toplama aracı ile toplanmıştır.

Araştırmada, İlköğretim Matematik Öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerine doğru kavramına yönelik kavram imajlarını keşfetmek için araştırmacı tarafından 3 adet açık uçlu soru oluşturulmuştur. Bu makalede, araştırmanın yazarınca gerçekleştirilmiş doğru kavramına ait 3 adet açık uçlu soruya dair bulgulardan söz edilmiştir. Bu sorular aşağıda gösterilmiştir:

1. Üç boyutlu Öklid uzayında doğru nedir? Açıklayınız.
2. Şekle uygun örnek bir problem hazırlayıp çözünüz.

Şekil 1. İkinci açık uçlu soruya ait şekil

3. IR^3 'te aynı doğruya dik iki düzlemin birbirlerine göre durumlarını inceleyiniz. Şekil çizip açıklayınız.

Öncelikle 1 ders saati içerisinde açık uçlu sorular 80 lisans öğrencisine uygulanmıştır. Araştırmacı tarafından uygulama öncesinde çalışmanın amaç ve önemi öğrencilere aktarılmıştır. Burada amaç öğrencilerden sorulan sorulara içten bir şekilde cevap vermelerinin gerektiğidir.

Araştırmacının önderliğinde, seçilen her öğrenci ile 20-30 dakika arasında ortalama 25 dakika gibi bir sürede yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde öğrenciler araştırmacı tarafından sorulan sorular kalem kâğıt kullanmadan sesli düşünce yoluyla cevaplamışlardır. Görüşmelerden elde edilen veriler gerek not alınarak gerekse ses ve görüntü kayıt cihazlarıyla kayıt altına alınmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde sorulacak olan sorular uygulama öncesinde uzman görüşleri de alınarak belirlenmekte ve uygulama sürecinde gerek görülen yerlerde asıl soruya bağlı yeni sorular türetilerek desteklenebilmektedir. Görüşme sürecinde öğrencilerin açık uçlu sorulara vermiş oldukları yanıtlara karşılık "Neden?" ve "Nasıl?" şeklinde sorular sorulmuştur. Bu sorulara alınan cevaplardan elde edilen veriler ise içerik analizi yöntemi kullanılarak detaylı bir şekilde incelenmiştir. Veri toplama araçlarından elde edilen tüm veriler kavram imajı bazında incelenirken Tall ve Vinner'ın (1981) kavram tanımı ve kavram imajı yapısı esas alınmıştır. Tüm araştırma sürecinde belirlenen veri toplama araçlarının uygulanması ve elde edilen verilerin analizi araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı tüm araştırma sürecin bir gözlemci olarak dâhil olmuştur.

Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının birden fazla olması ile çeşitleme sağlanmış ve bu sayede araştırmanın yapı geçerliliği sağlanmıştır. Çalışmanın konusuna ilişkin altı adet açık uçlu soru sonucunda düzeyleri farklı olan; yüksek düzeyde, orta düzeyde ve düşük düzeyde olarak nitelendirdiğimiz on iki kişi ile görüşmeler yapılmıştır. Ayrıca bu on iki kişiden; düşük düzeyde olan 2 erkek ve 2 kız öğrenci, orta düzeyde olan 2 erkek ve 2 kız öğrenci ve yüksek düzeyde olan 2 erkek ve 2 kız öğrenci seçilmiştir. Böylelikle sonuçların farklı durumlar için yorumlanabilmesine çalışılmıştır. Sonuç olarak iç geçerlik sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışmada eşdeğer durumdaki öğrencilerle çalışmanın olabildiğince aynı koşullarda uygulama süre-

cinden geçirilmesi hedeflenmiş olup dış geçerlilik sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışmamızda gerek araştırmanın yöntem, aşama, veri toplama ve analiz yöntemlerinden elde edilen verilerin yorumlanarak sonuca varılması evrelerinin ayrıntılı anlatımı ile dış geçerlilik, gerekse yapılan yapı yapılandırılmış görüşmelerin kayıt altına alınması ile de iç geçerlilik sağlanması hedeflenmiştir.

Verilerin Analizi

Sorulara verilmiş olunan cevaplar Rubrik ile incelenmiş ve bu Rubriğe göre bir puanlama anahtarı oluşturulmuştur. Çalışmada kullanılmış olunan Rubrik aşağıda verilmiştir:

Tablo 1. İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencilerinin doğru tanımı için kullanılan rubrik

Geometrik Cisim	Kategoriler	Değerlendirme Kriteri	Yapılan Tanımlarda Odaklanılan İfadeler
Doğru	Tam doğru tanımlar	Doğru ile ilgili tam ve doğru açıklamalar yapan	<ul style="list-style-type: none"> Başlangıç ve bitiş noktası olmayan, her iki ucu da sonsuza giden aynı doğrultudaki noktalar kümesi Uzayda herhangi bir $P(x_0, y_0, z_0)$ noktasından geçen ve $\vec{u}=(a,b,c)$ vektörüne paralel olan doğrunun denklemi; $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c} = \lambda \text{ 'dır.}$
	Kısmen doğru / eksik tanımlar	Doğru ile ilgili eksik ya da kısmen doğru açıklamalar yapan	<ul style="list-style-type: none"> Bir ucundan öteki ucun sonuna değin yönü değişmeyen bir $\vec{u}=(a,b,c)$ vektörünün λ kadar büyük halidir. İki düzlemin ara kesiti
	Yanlış tanımlar	Bilimsel anlamda hatalı tanım ve açıklamalar yapan	<ul style="list-style-type: none"> Doğrultusu ve yönü olan sonsuz uzunlukta vektör Sonsuz noktadan oluşan yapı
	Boş	Herhangi bir açıklama yapmayan	

Rubrik puan anahtarı oluşturulma sürecinde, öğrencilerin açık uçlu sorulara vermiş oldukları cevaplar ve bu cevapların ilgili kavramlara ait kavram imajlarını belirlemeye ilişkin olmasına dikkat edilmiştir. Puanlama anahtarında her açık uçlu soru için birbirinden farklı 4 başarı derecesi planlanmıştır. Bunlar: 0 puan “yanlış”, 1 puan “kısmen doğru”, 2 puan “iyi” ve 3 puan “çok iyi” şeklindedir. 80 lisans öğrencisine uygulanan açık uçlu sorulardan elde edilen veriler ele alınarak yapılan maksimum çeşitleme örneklemesiyle 4 öğrenci düşük (2’si kız, 2’si erkek), 4 öğrenci orta (2’si kız, 2’si erkek) ve 4 öğrenci yüksek (2’si kız, 2’si erkek) olacak şekilde 12 öğrenci seçilmiştir. Bu 12 öğrenci klinik görüşme katılımcılarını oluşturmaktadır.

Üçüncü açık uçlu soru incelenirken nasıl puanlandığı hakkında bilgi vermek gerekmektedir. Düzlemlerin durumuna göre:

Paralel olabilir (1 Puan)

Çakışık olabilir (1 Puan)

Şekil çizip kısaca formüle edilmesi (1 Puan) şeklinde puanlama yapılmıştır.

3 adet açık uçlu sorudan elde edilen veriler, nitel veri toplama yöntemlerinden yarı yapılandırılmış klinik görüşmelerle desteklenmiş ve sağlanan tüm veriler nitel veri analizi yöntemlerinden içerik analizi ile detaylı bir şekilde incelenmiştir. Veri toplama araçlarından görüşme formuyla tüm verilerin incelenmesi, araştırmacı aracılığıyla sağlanmıştır. İçerik analizinin kullanılmasının en önemli sebebi betimsel analize göre daha detaylı bir inceleme imkânı sunmaktadır.

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu çalışmanın ana problemi “Analitik Geometri -I- dersine giren ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında doğru konusuna dair kavram imajlarına ilişkin durumları nelerdir?” şeklindedir. Bu ana probleme yanıt bulabilmek amacıyla doğru kavramına yönelik açık uçlu sorulardan ve bu soruların esas alındığı yarı yapılandırılmış klinik görüşmelerden yararlanılmıştır. Elde edilen bulgular her soru ayrı incelemeye alınarak, çalışmanın bu bölümünde 3 ayrı başlıkta nakledilmiştir. Aşağıda doğru kavramına yönelik olan açık uçlu sorulardan elde edilen sonuçlar cinsiyet faktörü ele alınarak verilmiştir.

Tablo 2.

Doğru kavramına yönelik açık uçlu sorulardan alınan puanların başarı düzeyi ve cinsiyete göre dağılımı

Başarı Düzeyleri ve Cinsiyet	Düşük		Orta		Yüksek		TOPLAM
	Erkek (E1,A1)	Kız (S2,İ2)	Erkek (G1,S1)	Kız (D2,E2)	Erkek (H1,M1)	Kız (C2,Ş2)	
Açık Uçlu Sorular							
1.Açık Uçlu Soru	2,1	1,1	1,1	2,3	2,3	3,3	= 23
2.Açık Uçlu Soru	0,3	1,1	3,3	1,0	3,3	3,3	= 26
3.Açık Uçlu Soru	0,0	1,0	1,1	0,1	2,1	2,2	= 11
TOPLAM	= 6	= 5	= 10	= 7	= 14	= 16	

Birinci Açık Uçlu Soruya Ait Bulgular ve Yorumlar

Bu soruda amaç “İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında doğru tanımına ilişkin kavram imajları nasıldır?” sorusuna cevap bulmaktır.

Çalışmaya katılan 80 kişinin kâğıtları incelenmiş ve birtakım bulgulara ulaşılmıştır. Doğru tanımına ilişkin öğrencilerin birçoğu formül yazma yoluna gitmiştir. Örneğin;

The image shows a handwritten formula on a piece of paper. The title at the top is "2. Üç Boyutlu Euclidean Uzayında Doğru". Below the title, the formula is written as: $(d): \frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q} = \frac{z-z_0}{r} = \lambda$.

Şekil 2. H1 kodlu öğrencinin doğru tanımı

Katılımcıların birçoğu üç boyutlu Öklid uzayda doğrunun formülünü yazmıştır. Bu formülü yazanlar ile kayıt altına alınan görüşmelerde kendilerine “p, q ve r (veya a, b ve c) nedir?” diye soru yöneltildiğinde ise, doğrultman vektör olduğunu söyleyenler (G1 kodlu, orta düzeyde öğrenci), şekil üzerinde gösterip herhangi bir açıklama yapmayanlar (Ş2 kodlu, yüksek düzeyde öğrenci) mevcuttur. Kendisine yarı yapılandırılmış görüşmede p, q ve r nedir diye sorulduğunda ise bunların $\vec{v}(p, q, r)$ vektörüne paralel doğrunun denklemidir cevabını vermiştir.

Öğrencilerin soruya verdiği cevapta yer alan x_0, y_0, z_0 ifadeleri bulunmaktadır. Katılımcılara bu sebeple “ x_0, y_0, z_0 nedir?” diye sorulmuştur. $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c} = \lambda$ denklemi Öklid aksiyomlarını sağlıyorsa buna üç boyutlu uzayda doğru denir cevabını vermiştir (H1 kodlu yüksek düzeyde öğrenci). Kendisine yarı yapılandırılmış görüşmede x_0, y_0 ve z_0 nedir? Söyleyebilir misin diye sorulduğunda ise bunların doğru üzerinde alınan bir nokta olduğunu belirtmiştir.

Öğrencilerin hemen hemen hepsi, yazdığı doğru denkleminde p, q, r (veya a, b, c) ve x_0, y_0, z_0 ‘ı kullanmıştır fakat birçoğu bu p, q, r ve x_0, y_0, z_0 ‘ın ne anlama geldiğini yazmamıştır. Yazmayanlar arasından seçtiğimiz kişilere bunlar nedir? Ne anlama geliyor? Gibi sorular sorduğumuzda ise öğrenciler ne anlama geldiğini bilmektedir. Bir diğer dikkat çeken bulgu ise hiçbir öğrenci doğrunun vektörel denklemini yazmamıştır. Yine hiçbir öğrenci doğrunun parametrik denklemine tek başına yer vermemiş; simetrik denklemi ile birlikte yazmıştır.

Öğrencilere yaptığınız tanım R^2 için geçerli midir? R^2 ’deki doğrudan farkı nedir? Sorusu yöneltilmiştir. Geçerlidir. Doğru hep aynıdır, boyut değişse de fark etmez (S1 kodlu, orta düzeyde öğrenci), Z bileşeni olamayacak, kâğıt gibi olacak ve yüksekliği olmayacak (H1 kodlu, yüksek düzeyde öğrenci), Tanımının R^2 ’den tek farkı z-ekseni olması. R^2 ’de z-ekseni yok (C2 kodlu, yüksek düzeyde öğrenci). Her 3 düzeyden de öğrencilerin yaptığı tanımların R^2 için

geçerli olup olmadığı hakkında net fikirleri olmadığı gözlenmiştir. Bunun temel sebeplerinden biri şüphesiz ki öğrencilerin üç boyutlu uzayda (R^3) doğru kavramını bilişsel yapılarında oluşturmamalarıdır.

Formül yazamayan öğrencilere yarı yapılandırılmış görüşmede üç boyutlu Öklid uzayında doğrunun formülü soruldu ve her öğrenci doğrunun Kartezyen yani simetrik denklemini yazabildi. Bu beklenen bir sonuçu çünkü çalışmaya katılıp doğrunun formülünü yazabilen herkes doğrunun kartezyen denklemini yazmıştır. Birinci açık uçlu sorudan düşük düzeydeki hiçbir öğrenci tam puan alamazken, orta düzeyden sadece bir kız öğrenci tam puan alabilmiştir. İyi düzeyden ise bir erkek öğrenci hariç diğer öğrenciler tam puan almıştır.

İkinci Açık Uçlu Soruya Ait Bulgular ve Yorumlar

Bu soruda amaç “İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç Boyutlu Öklid uzayında bir düzlemi kesen doğruya ilişkin problem kurmaları nasıldır?” sorusuna cevap bulmaktır. Öğrencilerin birçoğu noktanın düzleme göre simetrisini bulma problemi kurup çözmüşlerdir. Yani öğrenciler “ P_1 noktasının düzleme göre yansıması olan P_2 noktasını bulunuz” problemini oluşturmuştur. Örneğin;

Şekle uygun örnek bir problem hazırlayıp çözüünüz.

Düzleme göre simetrisi olan P_2 noktasını bulunuz.

$P_1(2, 3, -2)$ doğrusunun $2x - 3y + 4z = 1$ düzlemine göre simetrisini bulunuz

$n = (2, -3, 4)$

$\lambda = -2 \left(\frac{2 \cdot 2 - 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4}{4 + 9 + 16} \right) = \frac{16}{17}$

$x_2 = 2 + \frac{2 \cdot 16}{17} = \frac{66}{17}$

$y_2 = 3 - \frac{3 \cdot 16}{17} = \frac{7}{17}$

$z_2 = -2 + \frac{4 \cdot 16}{17} = \frac{-2}{17}$

$P_2 \left(\frac{66}{17}, \frac{7}{17}, \frac{-2}{17} \right)$

Şekil 3. H1 kodlu öğrencinin kurduğu problem

G1 kodlu öğrencinin ve benzer problemi kuran diğer öğrencilerin problemde $\overline{P_1P_2}$ doğrusunun düzleme dik olduğunu yani düzlemin normaline paralel olduğunu varsayılmıştır fakat problem cümlesinde veya soru görselinde bu belirtilmemiştir. Bu bağlamda Yüce (2020) kitabında bu durumu şu şekilde açıklamaktadır:

Uzayda bir $P(x_0, y_0, z_0)$ noktasının bir $Ax + By + Cz + D = 0 \dots (H)$ düzlemine göre si-

metriği olan $P'(x'_0, y'_0, z'_0)$ noktasına P noktasının (H) düzlemine göre bir yansıması denir. Burada P noktasının düzlem üzerindeki dik izdüşümünün ayağı S olmak üzere $||\overrightarrow{PS}|| = ||\overrightarrow{SP'}||$ ve $\overrightarrow{PP'} \parallel \vec{n}$ geçerlidir (Yüce, 2020, s. 143-144).

Şekil 4. Yüce (2020), noktanın düzleme göre yansıması

Bazı öğrenciler düzlemi hiç kullanmayarak iki farklı noktanın orta noktasının bulunması ile ilgili problem kurup ve çözmüşlerdir (H1 kodlu, yüksek düzeyde öğrenci). $\overrightarrow{P_1P_2}$ doğrusu, düzleme dik midir? Problemini kurup çözen öğrenciler de mevcuttur (İ2 kodlu, düşük düzeyde öğrenci). İ2 kodlu öğrenci $\overrightarrow{P_1P_2}$ (1,1,1) şeklinde yani nokta formatında yazmıştır. $P_1: 2x+3y+3z+12$ ve $P_2: x-3y+3z+6$ noktalarının orta noktası olan P_0 'ın koordinatları nedir? Problemini kurup çözen öğrenciler de mevcuttur (E1 kodlu, düşük düzeyde öğrenci). E1 kodlu öğrenci P_1 ve P_2 noktalarını düzlem denklemi formatında yazmıştır. Neden bu soruyu seçtin diye sorulduğunda ise İ2 ve E1 kodlu öğrenciler lise bilgilerinden aşına olduklarını belirtmişlerdir.

Yarı yapılandırılmış görüşmelerde düşük düzeyde bulunan öğrenciler kurduğu problemlerden ve çözümlerinden emin olmadıkları gözlenmiştir. Düşük düzeyde bulunan öğrencilerden sadece bir kişi tam puan alırken diğer üç kişi, bir puanı geçememişlerdir. Düşük düzeyde bulunan öğrencilerin, diğer düzeydeki öğrencilerden farkı kavramsal olarak bazı terimleri bilmemeleridir. Buna örnek vermek gerekirse İ2 kodlu öğrencinin doğru olarak (1, 1, 1) yazmasıdır ki bu nokta formatıdır. Yine benzer şekilde E1 kodlu öğrencinin $P_1 = 2x+3y+3z+12=0$ ve $P_2 = x-3y+3z+6=0$ olmak üzere iki nokta aldığını belirtmesidir. Bu denklem üç boyutlu Öklid Uzayda nokta değil, düzlem belirtmektedir.

Burada dikkat çeken bir diğer bulgu ise yarı yapılandırılmış ve kayıt altına alınan görüşmeye katılan on iki öğrenciden, yüksek düzeyde olan dört öğrencinin hepsi ikinci açık uçlu sorudan tam yani üç puan almıştır. Buna karşın diğer hiçbir düzeyde tam puan alan grup olmamıştır. Bir diğer dikkat çeken bulgu ise orta düzeydeki erkek öğrenciler problem kurma so-

rusundan tam puan alırken; kız öğrenciler 1 ve 0 puan olarak toplamda 1 puan alabilmişlerdir. Bu da orta düzeyde bulunan erkeklerin, orta düzeyde bulunan kızlardan daha iyi problem kurabildiklerini göstermektedir.

Üçüncü Açık Uçlu Soruya Ait Bulgular ve Yorumlar

Bu soruda amaç “İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu Öklid uzayında doğru ile düzlem arasındaki ilişkiyi anlamaları nasıldır?” sorusuna yanıt aranmıştır.

Her soru gibi bu sorudan da alınabilecek en yüksek puan üç olmasına karşılık yarı yapılandırılmış görüşmeye katılan hiçbir öğrenci tam yani üç puan alamamıştır. Bunun sebebi olarak kısaca formüle edilemeyen veya kısa bir ispat verilememiş olmasıdır. Başka bir sebep ise somut olarak düşünülmemesi olarak söylenebilir. Bunun yanı sıra çalışmaya katılan 80 ilköğretim matematik öğretmen adayı arasından yalnızca bir kişi bu açık uçlu sorudan tam puan alabilmeyi başarmıştır;

Şekil 5. Tam puan alan öğrencinin (yüksek düzeyde) cevabı

Çalışmaya dâhil olan çoğu öğretmen adayı bu iki düzlemin paralel olabileceğini yazmıştır. Ş2 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenci klinik görüşmelerde iki doğrunun paralel harici çakışık da olabileceğini fark ettiğini söyleyerek bunu “ $\neq \frac{D_1}{D_2}$ dersem paralel = $\frac{D_1}{D_2}$ dersem çakışık olur” şeklinde ispatlama yoluna gitmiştir. Bunun yanı sıra S1 kodlu, orta düzeydeki öğrenci de klinik görüşmelerde iki doğrunun paralel harici çakışık da olabileceğini söylemiş ancak bunun ispatlanması istendiğinde ise aklına gelmediğini belirtmiştir.

M1 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenci ise açık uçlu soruya vermiş olduğu cevapta iki düzlem arası uzaklığı kullanmıştır. Bunun nedeni sorulduğunda ise paralel olacağını anladığı için onu yazdığını ancak paralel olduklarını belirtmeyi unuttuğunu söylemiştir. Formül etmesi istendiğinde ise yapamamıştır. Cevabında kullanmış olduğu D_1 ve D_2 ’nin ne anlama geldiği sorulduğunda ise bunların derinlik/seviyelerini belirlediğini söylemiş, A, B ve C’nin iki düzle-

min paralel olabilmesi için aynı kalmaları gerektiğini söylediğinde ise D_1 ve D_2 'nin aynı olması halinde iki düzlemim durumlarının ne olacağı sorulmuştur. Öğrenci ise bu durumda iki düzlemin çakışık olabileceği sonucuna varmıştır.

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarından bu iki düzlemin *sadece* paralel olabileceğini söyleyen oldukça fazlayken, iki düzlemin *sadece* çakışık olabileceğini söyleyen öğretmen adayları hiç gözlemlenmemiştir. Bunların yanı sıra paralel veya çakışık olabileceğini belirten öğretmen adayları bulunmaktadır. Bu öğretmen adaylarına paralel ve çakışık olma şartları sorulduğunda C2 kodlu, yüksek düzeydeki öğrenci, $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ ifadelerinin mutlaka eşit olması gerektiğini,

aksi takdirde paralelliğin bozulacağını, buna ek olarak $= \frac{D_1}{D_2}$ olursa çakışık, $\neq \frac{D_1}{D_2}$ olursa paralel

olacağını belirtmiştir. İ2 kodlu, düşük düzeydeki öğrenci ise, iki düzlemin A, B ve C katsayıları orantısı birbirlerine eşit olduğunda D'lerin katsayıları da eşit olursa çakışık; eşit olmazsa paralel olacağını söylemiştir.

Yapılan incelemeler sonucu klinik görüşmelere katılan öğrenciler arasından bu açık uçlu sorudan alınan en yüksek puanın 2 olduğu görülmüştür. Bu açık uçlu sorudan 12 kişi arasından yalnızca 2 kişi 2 puan almıştır ve o iki kişi de yüksek düzeyde bulunan öğrencilerdir. Dikkat çeken bir diğer husus ise öğrencilerin büyük bir kısmı araştırmacı tarafından düzlem olarak elleri ve dik doğru olarak da kalem kullanarak düşünmesi yönünde yönlendirmeleri sonucunda bu iki düzlemin paralel ve çakışık olabileceğinin ayırdına varmışlardır.

Tüm bu bulgulardan yola çıkarak Analitik Geometri dersinde somutlaştırma ve günlük yaşantıdan örneklerle pekiştirmenin önemini görmekteyiz. Bu şekilde kavramı somutlaştırabilen öğrencilerin klinik görüşmelerde paralellik ve kesişme şartlarını yazabildiği gözlemlenmiştir.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Yapmış olduğumuz araştırmada elde edilen bulgulardan hareketle öğrencilerin doğru kavramını tanımlarken denklem kullanmıştır. Denklemde bulunan p, q, r (ya da a, b, c) ile x_0 , y_0 , z_0 ifadelerinin anlamlarını yazmadıkları gözlemlenmiştir. Bu verilerden hareketle, klinik görüşmelerde öğrencilerin bu ifadelerin anlamlarını bilip bilmedikleri incelenmiştir. Sonuç olarak her üç düzeydeki öğrencilerin de doğru denklemde bulunan bu ifadelerin anlamlarını bildikleri gözlemlenmiştir. Bu durum ise öğrencilere doğru kavramının öğretiminde kullanılan denklemlerin (Kartezyen (simetrik), vektörel, parametrik) birden fazla oluşu ile alakalıdır.

Öğrencilerden doğru kavramına yönelik bir problem kurmaları ve bunu çözmeleri istendiğinde ise, öğrencilerin çoğunlukla verilen şekilden hareketle noktanın düzleme göre simetriğini bulma konusunu esas alan problemler türettikleri gözlemlenmiştir. Araştırmacı bu durumun nedenini, öğrencilerin ortaokul ve ortaöğretim geometri dersinde, noktanın doğruya göre simetriğini bulma konulu problemleri sıklıkla çözmeleri olduğunu düşünmektedir. Bir diğer neden olarak ise, şekilde verilen iki nokta ve bir düzlemin, öğrencilerin bilişsel yapılarında ilk olarak bu tip problemleri oluşturduğu düşünülmektedir.

Oluşturulan bu problem çeşidinde kullanılan formülü bazı öğrencilerin yanlış yazdıkları

rı gözlemlenmiştir. Araştırmacı problem kurma temelli olan açık uçlu soruda, düşük düzeydeki öğrencilerin kurmuş oldukları probleme getirdikleri çözümlerden emin olmadıklarını gözlemlemiştir. Bu açık uçlu sorunun puanlamasında düşük düzeydeki yalnızca bir öğrenci 1 puanı geçebilmiştir. Bu bulgulardan hareketle düşük düzeydeki öğrencilerin problem kurma becerilerinin yeterince gelişmediği görülmektedir. Bir diğer gözlemlenen durum ise düşük düzeydeki öğrencilerin orta ve yüksek düzeydeki öğrencilerden farklı olarak kavramları hatalı veya eksik öğrenmiş oldukları ya da karıştırıyor olmalarıdır.

İkinci açık uçlu soru, öğrencilerin en yüksek puanı almış oldukları sorudur. Bunun sebebinin, bu sorunun günlük hayat ile bağdaştırılabilen ve öğrencilerin somut düşüncelerine olanak sağlayabilen bir soru olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu bulgunun bizlere, bir kavrama dair olan kavram imajı oluşumunda somut düşünebilme ve deneyimlerden faydalanma yöntemlerinden yararlanıldığında, daha etkin bir imaj oluşumunun mümkün olabileceğini, oluşan kavram imajlarının daha kalıcı olduğunu gösterdiği düşünülmektedir. Matematikte, bir kavram öğrenimi sürecinde tanım veya formül ezberleme yoluna gidildiğinde, bu durum ilgili kavramı öğrencinin anlamlandıramamasına ve kavramın esas anlamından uzaklaşmasına sebep olmaktadır. Bu fikri destekleyen araştırmacılar Öner ve Ertekin (2015), öğretmen adaylarının bir kavrama dair kavram imajı gelişimlerinin, ilköğretimden başlayarak lisans sürecine dek yaşamış oldukları deneyimler ve yaşantılar ışığında gerçekleştiğini aktarmaktadırlar.

Öğretmenler için, öğrencilerin bu tanımlarla ilgili kavramsal tanımlarını ve bu tanımlarla bağlantılı kavram imajlarını anlamak önemlidir. Öğretmenler öğrencilerin imaj bilgilerini kavradığında, sadece öğrencilerin temel kavramlar hakkındaki görüşlerinden öğrenmeyecek, aynı zamanda öğrencilerin kendileri tarafından oluşturulan anlamlı matematiksel fikirleri oluşturmak için de kullanacaklardır (Wawro ve ark. 2011). Bu bağlamda öğrencilere öğretilmesi planlanan bir kavrama ait doğru niteliklerde bir öğretim süreci planı için öğretmenin iyi bir gözlemci olması gerektiği sonucuna varmaktayız.

Problem kurma esasında olan açık uçlu sorudan alınan puanları incelersek eğer yüksek düzeydeki tüm öğrencilerin bu sorudan tam puan aldıkları gözlemlenmektedir. Diğer açık uçlu sorularda böyle bir durum gözlemlenmemektedir. Vinner (1991), sonuca varabilmek için tanımlamalardan yararlanan öğretmen adaylarının, tanımlara hâkim olmayan öğretmen adaylarına kıyasla cevaplarının doğruluğu ve eminliğinden farklı olduğunu aktarmaktadır. Bu yorumdan yola çıkarak, kavram edinimi sürecinde ön planda tuttuğumuz pozitif kavram imajı oluşturma olgusunun yanı sıra, bireyin kavram tanımına da hâkim olması gerektiğini söyleyebilmekteyiz. Bir kavrama dair kesin ve net bir tanımı bilmenin, ilgili kavrama ait yönlendirilen soruları cevaplarırken öğrencilere özgüven sağladığı gözlenmiştir.

Araştırmada elde edilen bulgulardan, bir kavrama dair kavram imajı geliştirme sürecinde, günlük yaşantılarımız ve deneyimlerimizden yararlandığı takdirde yeni durumlara daha iyi adaptasyon yapılabildiğini ve kavramı daha iyi anlamlandırabildikleri sonucuna varılmıştır. Yapılan gözlemler, öğrencilerin bir kavramı somutlaştırabilme düzeyinin artmasının, oluşan kavram imajlarının niteliğinin aynı ölçüde pozitif anlamda arttırdığını göstermektedir.

Doğru kavramı öğretmen adaylarının eğitim-öğretim yaşantılarında erken etkileşim kurmaya başladıkları ve lisans sürecinde de sıklıkla etkileşim içerisinde oldukları bir kavram

olmasına rağmen, oluşan kavram imajları hedeflenen ölçüde ve anlaşılır olmadığı gözlemlenmiştir. Sonuç olarak araştırma alanyazında kavram imajı üzerine olan çalışmalardan elde edilen sonuçları destekler niteliktedir.

Öneriler

Kavram öğretimi sürecinde yapılan en büyük hata kavramın tanımı veya formülünü ezberletme yoluna gidilmesidir. Bu durum öğrencinin ilgili kavramı yalnızca ezberlemesine yarayıp anlamlandırmasını sağlayamamaktadır. Araştırma gerçekleştirilirken incelenen dergi, kitap, makale gibi kaynakların ilgili kavramın ne olup olmadığı üzerinde yeterince durmadığı gözlemlenmiştir. Ulusoy (2013) bu durumu destekleyerek, mevcut öğretmen kılavuz kitaplarının kavram tanımlarında yeterli nitelikler taşımadığını aktarmaktadır (Aktaran: Sitrava, 2017).

İlgili kavrama dair öğretmen adaylarında doğru niteliklerde kavram imajları oluşması için, öğretmen adaylarının bu kavramın tanımını anlamlandırmış olmaları lazımdır. Geometri gibi görsel öğelerin etrafında gerçekleşen derslerde somutlaştırmaya imkân sağlamak adına görsel örneklerle daha çok yer verilmesi önerilmektedir. Ayrıca kavram imajı gelişimine destek sağlayacağı düşünülen dinamik geometri yazılımlarının kullanılması önerilmektedir.

Bu araştırmadan çıkarılabilecek en iyi öneri, özellikle matematik ve geometri dallarında kavram imajı gelişiminde, günlük yaşantılar ve deneyimler esas alınması olacaktır.

Araştırmadan elde edilen sonuçlar, farklı öğrenciler ve farklı alanlar üzerinde çalışılıp karşılaştırılabilir ve araştırmanın çalışma grubu değiştirilebilir.

KAYNAKÇA

- Altun, M. (2002). İlköğretim İkinci Kademedeki Matematik Öğretimi. 10. Baskı, Alfa Yayınları, Bursa.
- Attorps, I. (2006). *Mathematics teachers' conceptions about equations*. University of Helsinki, Faculty of Behavioural Sciences Department of Applied Sciences of Educations, Research Report 206.
- Avgören, S. (2011). *Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin katı cisimler (prizma, piramit, koni, silindir, küre) ile ilgili sahip oldukları kavram imajı*. (Yüksek lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara).
- Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Philadelphia: Open University Press.
- Beydoğan, H. Ö. (1998). *Çocuklarda kavram öğrenme ve kavram öğretme*. Atatürk Üniversitesi Yayınları, Erzurum.
- Bingolbali, E., Monaghan, J., and Roper, T. (2007). Engineering students' conceptions of the derivative and some implications for their mathematical education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(6), 763-777.
- Delice, A., and Sevimli, E. (2011). İntegral kavramının öğretiminde konu sıralamasının kavram

- imgeleri bağlamında incelenmesi; belirli ve belirsiz integraller. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 51-62.
- Dictionnaire, G. (1993). *Dictionnaire Francais Anglais/Anglais-Francais*. Paris: Larousse.
- Eraslan, A. (2005). Qualitative Study: Algebra Honor Students' Cognitive Obstacles as They Explore Concepts of Quadratic Functions. *Electronic Theses [Treatises and Dissertations]*. Paper 557; 2005.
- Gülkılık, H. (2008). Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin incelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma. (Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara).
- Hacısalıhoğlu, H. H. (1995). *2 ve 3 Boyutlu Uzaylarda Analitik Geometri*. Ankara.
- Hancock, D. R., and Algozzine, B. (2006). *Doing case study research: A practical guide for beginning researchers*. Columbia University, NY: Teachers College Press.
- Hartter, B. J. (1996). Concept image and concept definition for the topic of the derivative.
- Karakuş, F. (2018). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Silindir ve Koniye Yönelik Kavram İmajlarının İncelenmesi. *Elementary Education Online*, 17(2).
- Kılıç, A. S., Temel, H., and Şenol, A. (2015). Öğretmen adaylarının "nokta, doğru, düzlem ve açı" kavramları hakkında bilgi düzeyleri ve kavram yanlışlarının incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (26), 205-229.
- Kurumu, T. D. (1975). *Toplumbilim terimleri sözlüğü*. Ankara: TDK.
- Meehan, M. (2002). Students meeting advanced mathematics for the first time: Can mathematics education research help. *Irish Mathematical Society Bulletin*, 49, 71-82.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Öner, A. (2013). Bilgisayar destekli öğretimin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının trigonometrik fonksiyonların periyotlarıyla ilgili kavram imajlarına etkisi. (Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi).
- Öner, A and Ertekin, E. (2015). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Periyot Kavramıyla İlgili Kavram İmajları. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(2), 333-353.
- Pesen, C. (2006). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre matematik öğretimi*. Pegem A Yayıncılık.
- Przenioslo, M. (2004). Images of the limit of function formed in the course of mathematical studies at the university. *Educational Studies in Mathematics*, 55(1-3), 103-132. Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands.
- Rösken, B., and Rolka, K. (2007). Integrating intuition: The role of concept image and concept definition for students' learning of integral calculus. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 181-204.
- Sevimli, E., and Delice, A. (2012). The relationship between students' mathematical thinking

- types and representation preferences in definite integral problems. *Research in Mathematics Education*, 14(3), 295-296.
- Shama, G. (1998). Understanding periodicity as a process with a gestalt structure. *Educational Studies in Mathematics*, 35(3), 255-281.
- Shriki, A., and David, H. (2001). How do mathematics teachers (inservice and preservice) perceive the concept of parabola?. In *PME CONFERENCE* (Vol. 4, pp. 4-169).
- Soğancı, Ö. (2006). *Öğreniminde ve öğretiminde öğretmen adaylarının matematiksel tanımlara yaklaşımları üzerine fenomenografik bir çalışma*. (Doctoral dissertation, Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara).
- Sitrava, R. T. (2017). Matematik Öğretmeni Adaylarının Cebirsel İfadelere ve Denklemlere İlişkin Kavram İmajları. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 6(2), 249-268.
- Stake, R. R. (2005). Case studies. In N. K. Denzin and Y. S. Lincoln (Eds.), *The SAGE handbook of qualitative research* (Third edition). London: Sage.
- Tall, D., and Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, 12(2), 151-169.
- Tuncer, T. (1995). *Matematik sözlüğü*. İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi.
- Van Dormolen, J., and Zaslavsky, O. (2003). The many facets of a definition: The case of periodicity. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(1), 91-106.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305.
- Vinner, S. (1991). The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics, (vol. 11). *Advanced Mathematical Thinking*, Netherlands.
- Wawro, M., Sweeney, G. F., and Rabin, J. M. (2011). Subspace in linear algebra: Investigating students' concept images and interactions with the formal definition. *Educational Studies in Mathematics*, 78(1), 1-19.
- Wilson, M. R. (1993). One Preservice Secondary Mathematics Teacher's Evolving Understanding of Mathematical Functions.
- Yin, R. (1984). *Case study research: design and methods*. (3. Basım). California: Sage Publications.
- Yüce, S. (2020). *Analitik Geometri*. Pegem Akademi Yayıncılık